

《高等数学》考试大纲

一、考试内容概述

函数、极限、连续、一元函数微分学、一元函数积分学和常微分方程的基本概念、基本理论及其基本运算方法和基本运算能力；导数的几何意义及其应用；微分中值定理(指罗尔中值定理和拉格朗日中值定理)及其应用；导数在求未定式极限及在求函数的极值、最值和作图等方面中的应用；导数在经济方面中的应用；积分在几何和经济方面中的应用。

二、考试形式

考试方式 闭卷笔试
考试满分 150 分(单科成绩)
考试时间 120 分钟

三、试题难易程度分布

较易试题 约占 50%
中等试题 约占 30%
较难试题 约占 20%

四、题型及题型分值分布

单项选择题 约占 32%
填空题 约占 32%
计算题 约占 42%
解答题 约占 28%
应用题 约占 16%

五、内容比例

函数、极限与连续 约占 18%
导数与微分 约占 22%
导数的应用 约占 18%
不定积分 约占 12%
定积分(含广义积分)及其应用 约占 20%
常微分方程初步 约占 10%

六、参考教材

1. 赵树嫄主编：《微积分》(第三版)，中国人民大学出版社 2008 年版。
2. 左艳芳、王跃主编：《高等应用数学》(第 1 版，上册)，云南大学出版社 2009 年版。
3. 同济大学数学系编：《高等数学》(第六版，上册) (普通高等教育“十一五”21 国家级规划教材)，高等教育出版社 2004 年版。

七、考试内容及要求

第一部分 函数、极限与连续

[函数]

(一)考试内容

1. 函数的概念：函数的定义；函数的表示法；分段函数。
2. 函数的简单性质：单调性；有界性；奇偶性；周期性。
3. 反函数：反函数的定义；反函数的图像。
4. 函数的四则运算与复合运算。
5. 基本初等函数：常量函数；幂函数；指数函数；对数函数；三角函数；反三角

函数

6. 初等函数。

(二)考试要求

1. 理解函数的概念，会求函数的定义、表达式及函数值；会求分段函数的定义域、函数值，并会作出简单分段函数的图像。
2. 理解和掌握函数的单调性、有界性、奇偶性和周期性，并会判断所给函数的类别。
3. 了解函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 之间的关系(定义域、值域和图形)，并会求简单函数的反函数。
4. 理解和掌握函数的四则运算与复合运算，特别是熟练掌握复合函数的复合过程。
5. 掌握基本初等函数的简单性质及其图像。
6. 了解初等函数的概念。
7. 会建立简单实际问题的函数关系式。

[极限]

(一)考试内容

1. 数列极限的概念：数列定义；数列极限的定义。
2. 数列极限的性质：唯一性；有界性；四则运算准则；两边夹准则；单调有界准则。
3. 函数极限的概念：函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的极限和左、右极限的定义以及它们之间的关系；当 $x \rightarrow \infty$ 、 $x \rightarrow +\infty$ 和 $x \rightarrow -\infty$ 时函数 $f(x)$ 极限的定义及它们之间的关系。
4. 函数极限的定理：唯一性定理；四则运算定理。
5. 无穷小量和无穷大量的概念：无穷小量的定义；无穷大量的定义；无穷小量的性质；无穷小量与无穷大量之间的关系；两个无穷小量阶的比较。
6. 两个重要极限及它们的运用。

(二)考试要求

1. 理解极限的概念(对极限定义中的“ $\varepsilon-N$ ”、“ $\varepsilon-\delta$ ”和“ $\varepsilon-M$ ”等的描述不作要求)；了解函数在一点处极限存在的充分与必要条件。

2. 了解极限的有关性质；熟练掌握极限的四则运算法则。
3. 理解无穷小量和无穷大量的概念；掌握无穷小量的性质及无穷小量与无穷大量之间的关系；会进行无穷小量阶的比较（高阶、低阶、同阶和等价）；会运用等价无穷小量代换求极限。
4. 理解极限存在的两个准则(两边夹准则和单调有界准则)。
5. 熟练掌握用两个重要极限求极限的方法。
6. 掌握求极限的基本方法：利用基本极限、极限的运算法则、无穷小量的性质、两个重要极限以及运用等价无穷小量代换求极限的方法。

[连续]

(一)考试内容

1. 函数连续的概念：函数在一点处连续和左、右连续的定义以及它们之间的关系；函数在一点处连续的充分必要条件；函数在一个区间上连续的概念；函数的间断点及其分类。
2. 函数在一点处连续的性质：连续函数的四则运算法则；复合函数的连续性；反函数的连续性。
3. 闭区间上连续函数的性质：有界性定理；最大值和最小值定理；介值性定理(包括零点定理，即根的存在定理)。
4. 初等函数的连续性。

(二)考试要求

1. 理解函数在一点处连续与间断的概念；掌握判断简单函数（含分段函数）在一点处的连续性；理解函数在一点处连续与极限存在之间的关系。
2. 会求函数的间断点及确定其类型。
3. 理解函数在区间上连续的概念；掌握在闭区间上连续函数的性质；会运用介值定理（主要是零点定理）推证一些简单命题。
4. 牢记初等函数在其定义区间上连续的结论，并会利用连续性求极限。

第二部分 导数与微分

[导数]

(一)考试内容

1. 导数概念：函数在一点处的导数与左、右导数的定义；导数的几何意义与物理意义；可导与连续之间的关系。
2. 求导法则与导数的基本公式：导数的四则运算法则；反函数求导法则；复合函数求导法则；导数的基本公式（主要是基本初等函数的导数公式）。
3. 求导方法：直接求导法（即利用导数的基本公式和四则运算法则求显函数导数的方法）；反函数求导法；复合函数求导法（重点，必须掌握）；隐函数求导法；对数求导法；由参数方程确定的函数的求导法；分段函数的求导法(主要是考察在分段点处的左、右导数)。

4. 高阶导数的概念：高阶导数的定义；高阶导数的计算。

(二)考试要求

1. 理解函数的导数概念及其几何意义；了解函数的可导性与连续性之间的关系；会用导数定义求函数在一点处的导数。
2. 会根据导数及其几何意义求曲线上一点处的切线方程和法线方程。
3. 熟练掌握导数的基本公式、四则运算法则以及复合函数的求导方法(重点)；会求反函数的导数。
4. 掌握隐函数求导法、对数求导法以及由参数方程所确定的函数的求导法；会求分段函数的导数。
5. 理解高阶导数的概念；掌握求二阶导数及简单函数的 n 阶导数的方法。

[微分]

(一)考试内容

1. 微分：微分的定义；微分的几何意义；可微、可导与连续三者之间的关系。
2. 微分公式： $df(x)=f'(x)dx$ 或 $dy=y'dx$ 。
3. 微分法则与微分的基本公式：微分的四则运算法则；微分的基本公式(主要是基本初等函数的微分公式)；一阶微分形式不变性。

(二)考试要求

1. 理解函数的微分概念及其几何意义；掌握微分法则；了解函数的可微、可导与连续三者之间的关系。
2. 熟练掌握微分的四则运算法则和基本公式，并能熟练地计算函数的微分。
3. 了解一阶微分形式不变性。

第三部分 导数的应用

(一)考试内容

1. 中值定理：罗尔(Rolle)中值定理；拉格朗日(Lagrange)中值定理。
2. 洛必达(L' Hospital)法则。
3. 函数的单调性、极值点、极值和最值。
4. 曲线的凹凸性和拐点。
5. 曲线的垂直渐近线与水平渐近线。

(二)考试要求

1. 理解罗尔中值定理和拉格朗日中值定理的内容及其几何意义；会用罗尔中值定理证明方程根的存在性；会用拉格朗日中值定理证明简单的不等式。
2. 熟练掌握用洛必达法则求 $\frac{0}{0}$ 型与 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式极限的方法 (其他未定式不作要求)。
3. 理解函数的单调性和极值的概念，并熟练掌握利用一阶导数判断函数的单调性和求函数极值的方法。

4. 在掌握求函数极值点方法的基础上, 会求函数的最值或最值点以及会据此解简单的应用问题。

5. 理解曲线的凹凸性和拐点的概念, 并掌握利用二阶导数判断曲线的凹凸性和求曲线拐点的方法。

6. 会求曲线的垂直渐近线与水平渐近线。

7. 会描绘简单函数的图形(包括垂直渐近线和水平渐近线)。

第四部分 不定积分

(一)考试内容

1. 不定积分的概念: 原函数与不定积分的定义; 原函数存在定理。

2. 不定积分的性质与公式: 不定积分的基本性质; 不定积分的基本积分公式。

3. 换元积分法: 第一换元积分法(凑微分法); 第二换元积分法(直接换元积分法)。

4. 分部积分法。

5. 一些简单有理函数的积分。

(二)考试要求

1. 理解原函数与不定积分的概念及其关系; 了解原函数存在定理。

2. 熟练掌握不定积分的基本性质和基本积分公式。

3. 熟练掌握不定积分的第一换元法; 掌握第二换元法(限于简单的根式代换和三角代换)。

4. 熟练掌握不定积分的分部积分法。

5. 会求简单有理分式函数的不定积分。

第五部分 定积分(含广义积分)及其应用

[定积分(含广义积分)]

(一)考试内容

1. 定积分的概念: 定积分的定义及其几何意义; 可积条件。

2. 定积分的性质。

3. 定积分的计算: 变上限的定积分; 牛顿—莱布尼茨 (Newton—Leibniz)公式; 定积分的换元积分法; 定积分的分部积分法。

4. 广义积分: 无穷区间的广义积分; 无界函数的广义积分 (即瑕积分)。

(二)考试要求

1. 理解定积分的概念; 熟练掌握定积分的几何意义; 了解可积的条件。

2. 掌握定积分的基本性质。

3. 理解变上限定积分是变上限的函数; 掌握对变上限的定积分求导数的方法。

4. 熟练掌握牛顿—莱布尼茨公式。

5. 熟练掌握定积分的换元积分法和分部积分法。

6. 理解无穷区间广义积分的概念, 并掌握其计算方法和记住广义积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx$ 收敛的条件。

7. 了解无界函数广义积分的概念, 并记住广义积分(瑕积分) $\int_0^1 \frac{1}{x^q} dx$ 收敛的条件。

8. 掌握在直角坐标系下用定积分计算平面图形的面积以及平面图形绕坐标轴旋转所生成的旋转体的体积; 会用定积分解决一些简单的经济应用问题。

[定积分的应用]

(一)考试内容

1. 面积和体积: 平面图形的面积; 旋转体的体积。
2. 经济应用: 定积分在经济中的简单应用。

(二)考试要求

1. 掌握在直角坐标系下用定积分计算平面图形的面积以及平面图形绕坐标轴旋转所生成的旋转体的体积。
2. 会用定积分解决一些简单的经济应用问题(如求经济总量、总收益、总利润等)。

第六部分 常微分方程初步

[一阶微分方程]

(一)考试内容

1. 微分方程的概念: 微分方程的定义、阶、解、通解、初始条件和特解等概念。
2. 可分离变量的微分方程。
3. 一阶线性微分方程: 一阶线性齐次微分方程; 一阶线性非齐次微分方程。

(二)考试要求

1. 理解微分方程的定义; 理解微分方程的阶、解、通解、初始条件和特解等概念。
2. 掌握可分离变量的微分方程的解法。
3. 熟练掌握一阶线性微分方程的解法(主要是公式解法)。
4. 会应用微分方程的知识解决一些简单的实际问题。

[可降阶微分方程]

(一)考试内容

1. $y^{(n)}=f(x)$ 型的方程。
2. $y''=f(x, y')$ 型的方程。

(二)考试要求

1. 会用降阶法解 $y^{(n)}=f(x)$ 型的方程。
2. 会用降阶法解 $y''=f(x, y')$ 型的方程。

[二阶线性微分方程]

(一)考试内容

1. 二阶线性微分方程解的结构。
2. 二阶线性常系数齐次线性微分方程。
3. 二阶线性常系数非齐次线性微分方程。

(二)考试要求

1. 了解二阶线性微分方程解的结构。
2. 熟练掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法。
3. 了解二阶常系数非齐次线性微分方程的解法[自由项限定为 $f(x)=P_n(x)e^{ax}$ ，其中 $P_n(x)$ 为 x 的 n 次多项式， a 为实常数]。
4. 会应用微分方程的知识解决一些简单的实际问题。